MASTER COPY
Tel. 050 8312126
Cell. 388 9837745

26 SETTEMBRE 2016

Cosa è un segnale?
Grandezza fisica che trasporta/contiene un'informazione.
Che tipi di segnali ci sono?
Di solito si rappresentano come funzioni di una qualche variabile t indipendente. X(t) : il segnale come varia nel tempo?
Segnale monodimensionale perché dipende da una variabile.

un'immagine = segnale bidimensionale perché ogni pixel è definito da due variabili.
Noi studieremo segnali monodimensionali.

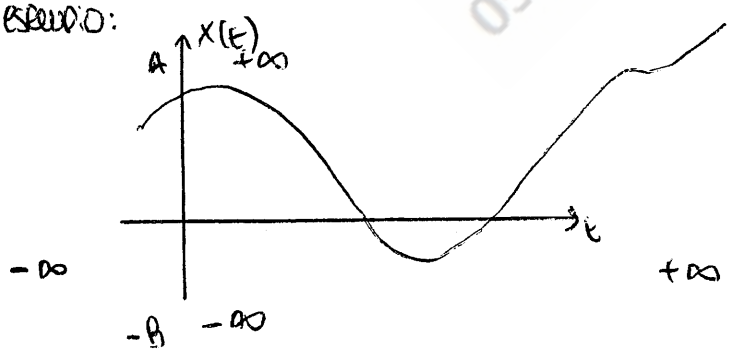
Dominio: insieme di definizione della variabile tempo t
Codominio: " " del segnale, della funzione, X(t)

Dominio | continuo → variabile continua che può assumere tutti i valori reali contenuti in un certo intervallo, eventualmente illimitato.
| discreto → la variabile t può assumere solo alcuni valori discreti: tutti i valori interi assumibili

Analogamente con il codominio. Ci sono diversi tipi di segnali e diverse classificazioni. Studieremo i segnali guardando il tipo di dominio e codominio.

Caso (1):
Dominio continuo, Codominio continuo → (Li studieremo) Segnali continui o analogici

esempio:



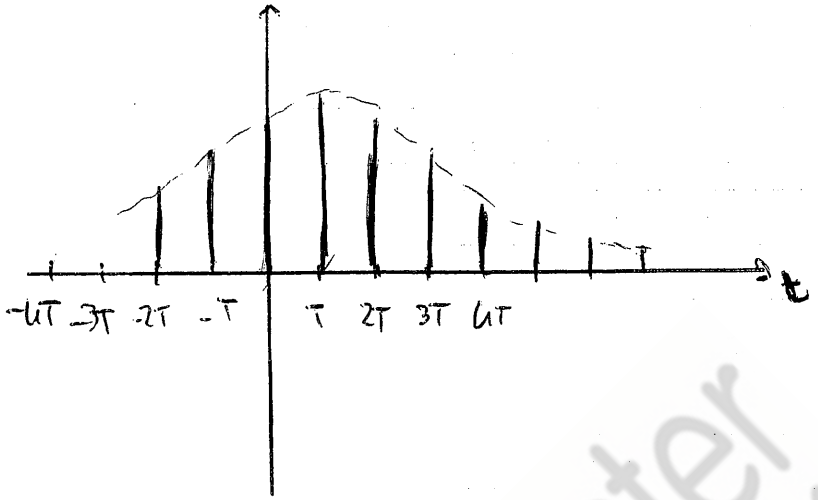
segnale il cui può assumere tutti i valori reali nell'intervallo A, -B

MASTER COPY
PISA

caso ②:

Le stesse

Dom. discreto
Codominio continuo
} segnale = **Sequenza**

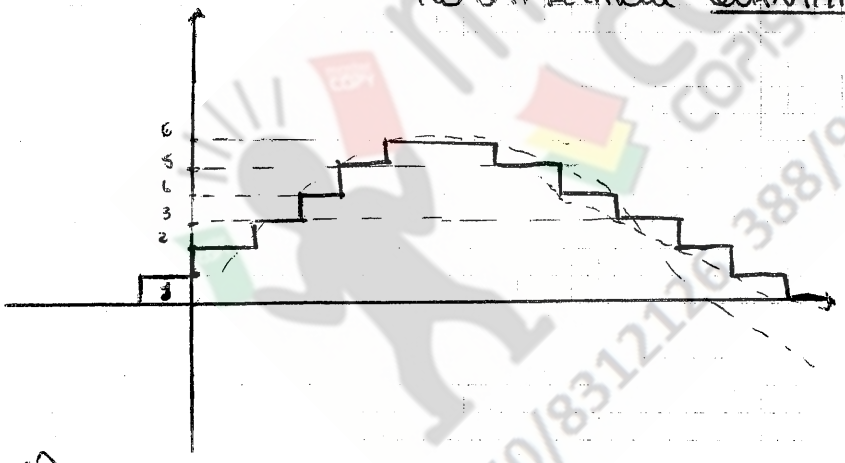


Prendo sull'asse come valori multipli di T (quanto temporale).
↓ non reale

caso ③

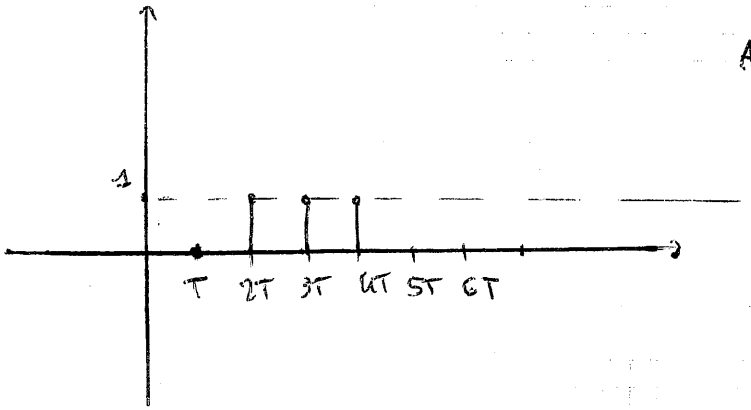
Dominio continuo
Codominio discreto

Segnale definito su tutto l'asse dei tempi ma può assumere solo certi valori chiamati livelli
Ho un segnale QUANTIZZATO.



caso ④:

Dominio discreto
Codominio discreto
} segnale DIGITALE



Ad esempio una sequenza di bit: sull'asse tempi multipli di t, il segnale può assumere solo valori 0, 1.

master copy 050/8312126 388/9837745

Le seguenti si ottengono dai segnali continui campionando.
Studieremo questi due segnali.

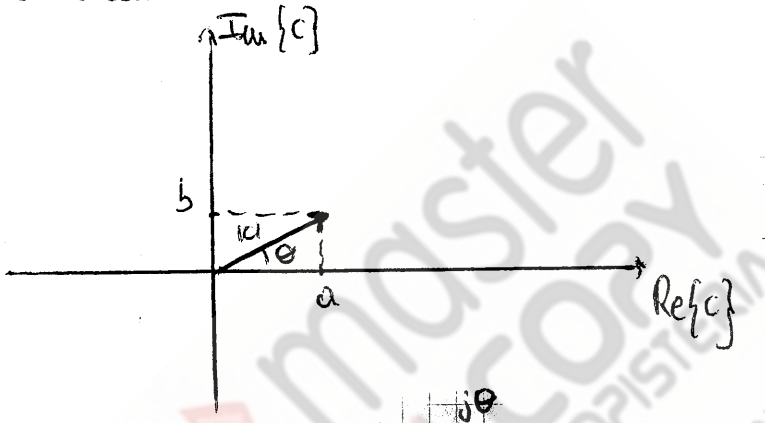
Ci sono segnali reali e complessi. Possiamo quindi avere anche una classificazione ⊛

Passiamo i n° complessi.

$c = a + jb$ → parte immaginaria $\mathrm{Im}\{c\}$
↓ parte reale $\mathrm{Re}\{c\}$

j = unità immaginaria $j = \sqrt{-1}$

Piano di Gauss:



il n° complesso è rappresentato dal vettore. Qui vediamo $|c|$ e anche θ = fase di c

$|c| = \sqrt{a^2+b^2}$

$\angle c = \theta = \arctg\left(\frac{b}{a}\right)$

Forma polare: $c = a + jb = |c| \cdot e^{j\theta}$

$e^{j\theta} = \cos\theta + j\sin\theta \rightarrow |e^{j\theta}| = 1 \quad \forall\theta$

Segnali reali e complessi: uno ha solo parte reale, l'altro anche quella complessa. ⊛
↓ Quasi sempre troveremo solo

Segnali → periodici (seno e coseno ad esempio)
↓ aperiodici non vale la def. di periodo

$x(t) = x(t + NT_0) \quad \forall t, \forall N$ intero
↑ $x(t)$ è periodico di periodo T_0 se

A noi interessa come il segnale è fatto in un periodo.

Per un segnale a tempo discreto (sequenza) esiste un certo intervallo temporale N_0 tale che $x[n] = x[n+N_0] \; \forall n$.

Preso un segnale continuo $x(t)$ e ne definisco l'energia e potenza:

$$E_x \triangleq \int_{-\infty}^{+\infty} |x(t)|^2 dt$$ (energia)

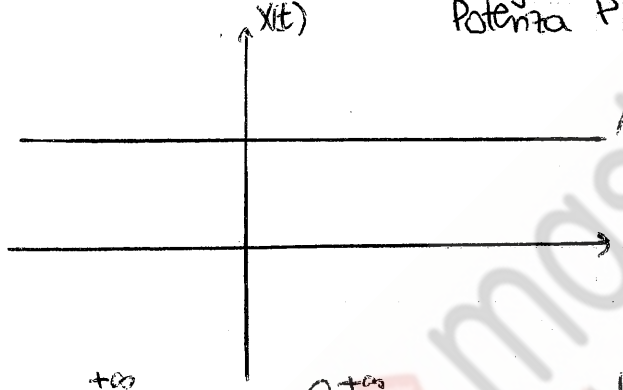
NB: se ho un segnale reale questa operazione è un quadrato. Nel caso complesso, l'operazione modulo è quella vista prima

$$P_x \triangleq \lim_{T\to\infty} \frac{1}{T} \int_{-T/2}^{T/2} |x(t)|^2 dt = \lim_{T\to\infty} \frac{E_x}{T}$$ (potenza)

ESEMPI calcolo energia e potenza:

① $x(t) = A$, cost. Energia infinita

Potenza $P_x = A^2$ finita



$$E_x = \int_{-\infty}^{+\infty} |x(t)|^2 dt = \int_{-\infty}^{+\infty} A^2 dt = A^2 t \Big|_{-\infty}^{+\infty} = +\infty$$ (area di un segnale che vale A^2) en. infinita

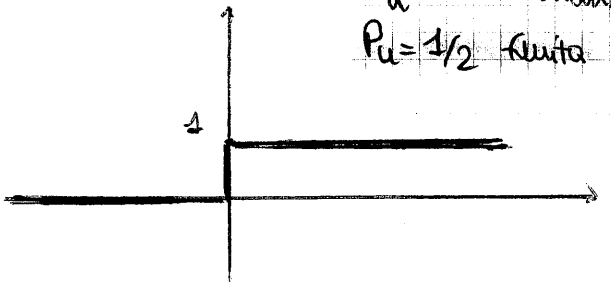
$$P_x = \lim_{T\to\infty} \frac{1}{T} \int_{-T/2}^{T/2} A^2 dt = \lim_{T\to\infty} \frac{1}{T} \cdot A^2 t \Big|_{-T/2}^{T/2} = \lim_{T\to\infty} \frac{1}{T} A^2 T = A^2$$

In base all'en. e alla pot. possiamo parlare di segnali a potenza ed energia finita/infinita. (ulteriore classificazione).

② Segnale a gradino unitario $u(t) = \begin{cases} 1 & \text{per } t>0 \\ 1/2 & \text{per } t=0 \\ 0 & \text{per } t<0 \end{cases}$ ← (solo la semisomma dei due valori)

$E_u = +\infty$ infinito

$P_u = 1/2$ finita



Energia ∞ (area del quadrato, simmetrico asse, da 0 a $+\infty$)

Potenza finita:

$$P_x = \lim_{T\to\infty} \frac{1}{T} \int_{-T/2}^{T/2} 1^2 u(t) dt =$$

$u(t) = 0$ per $[-T/2; 0]$ e $= 1$ per $[0; +T/2]$

$$= \lim_{T\to\infty} \frac{1}{T} \int_{0}^{T/2} 1 \, dt = \frac{1}{T} \cdot \frac{T}{2} = \frac{1}{2}$$

Un segnale che ha $P_x \to \infty$, può avere E_x finita?

E $\to \infty$ PUÒ avere P finita. Ma non vale il contrario!

Quindi: $P \to \infty \rightarrow E \to \infty$ $\quad$ E finita $\rightarrow$ Potenza nulla caso 3

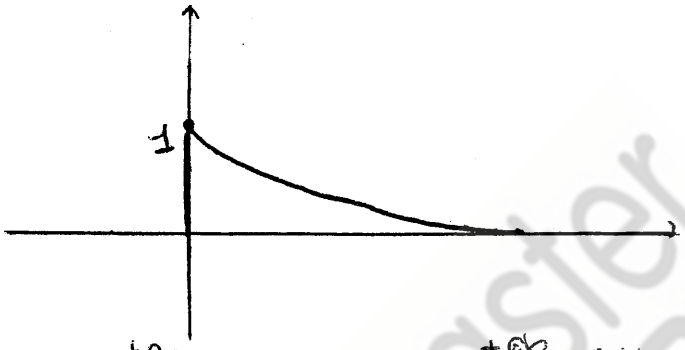
$E \to \infty \rightarrow P$ finita caso 1,2

$\searrow P \to \infty$ caso 4

PIÙ UTILE ③ Esponenziale unilatero ($\neq 0$ solo da un lato)

$x(t) = e^{-\alpha t} \cdot u(t)$ con $\alpha > 0$ (dove α è l'inverso di quanto dura il segnale)

$= \begin{cases} e^{-\alpha t} & t \geq 0 \\ 0 & \text{altrove} \end{cases}$



Energia finita

$E_x = \frac{1}{2\alpha}$

Potenza $P_x = 0$

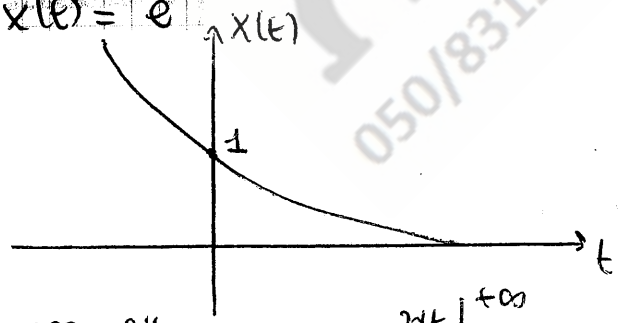
$$E_x = \int_{-\infty}^{+\infty} |x(t)|^2 dt = \int_{-\infty}^{+\infty} e^{-2\alpha t} \cdot u(t)\, dt \quad (=)$$

$\downarrow$ $\neq 0$ solo da 0 a $+\infty$

$$= \int_0^{+\infty} e^{-2\alpha t} dt = -\frac{1}{2\alpha} \cdot e^{-2\alpha t} \Big|_0^{+\infty} = \frac{1}{2\alpha}$$

$P_x = 0$ (divido un valore costante per T che $\to \infty$)

④ $x(t) = e^{-\alpha t}$



Energia ∞

Potenza ∞

$$E_x = \int_{-\infty}^{+\infty} e^{-2\alpha t} dt = -\frac{1}{2\alpha} \cdot e^{-2\alpha t} \Big|_{-\infty}^{+\infty} = +\infty$$

$$P_x = \lim_{T\to\infty} \frac{1}{T} \int_{-T/2}^{T/2} e^{-2\alpha t} dt = \lim_{T\to\infty} \frac{1}{T} \left[-\frac{1}{2\alpha} \cdot e^{-2\alpha t} \right]_{-T/2}^{T/2} =$$

$$= \lim_{T\to\infty} -\frac{1}{2\alpha T} \left[e^{-\alpha T} - e^{\alpha T} \right] = \lim_{T\to\infty} \frac{e^{\alpha T}}{2\alpha T} = +\infty$$

(il numeratore va a ∞ più velocemente)

master copy COPISTERIA 050/8312126 388/9837745